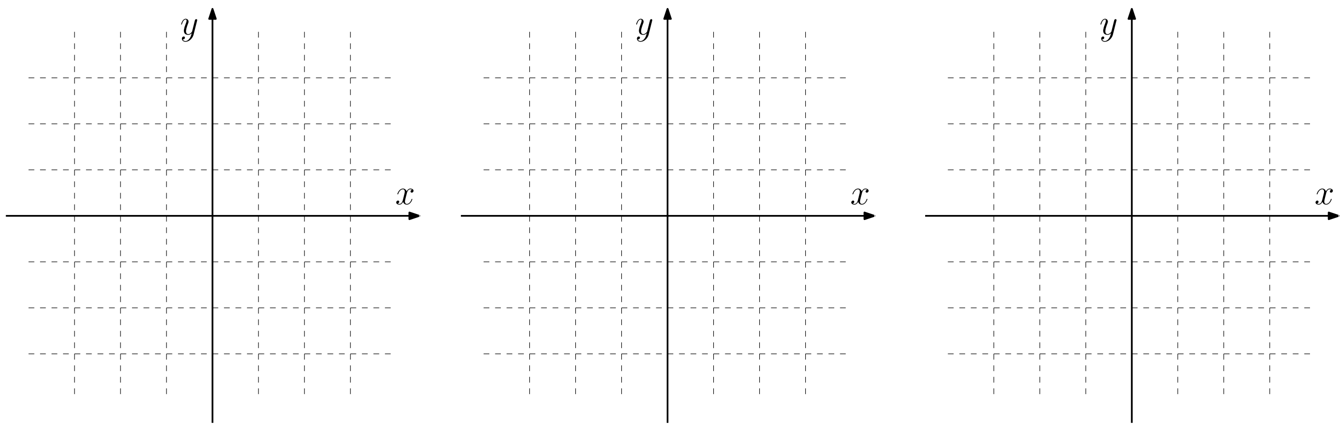
NOM/Prénom : **N° d'étudiant :**

L1 ÉCO-DROIT 2011-12 (Cours de L.Gerin) CONTRÔLE CONTINU - Mathématiques 2

Durée : 1h. Documents et calculatrices interdits. Vous ne devez rendre **que cette feuille**.

Exercice 1 Dessiner sans justification les ensembles suivants (on pourra par exemple hachurer les parties exclues) :

$A = \{(x, y)$ tels que $y - x \geq -1\}$ $B = \{(x, y)$ tels que $x \geq 1$ et $y \geq -2\}$ $C = \{(x, y)$ tels que : $y + x^2 + 1 \leq 0\}$



Exercice 2

question 1 Soit $f(x, y) = 5x + 20y^2$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$:

$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$ $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$

question 2 Soit $f(x, y) = \dfrac{x}{y+1}$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$:

$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$ $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$

question 3 Soit $f(x, y) = (2x + 3y)^2$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$:

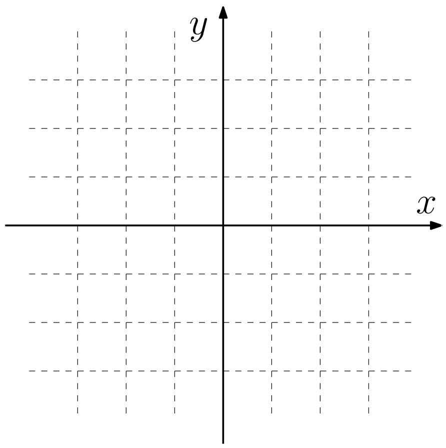
$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$ $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$

question 4 Soit $f(x, y) = x^5y^2 + 10y^3 + x$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$:

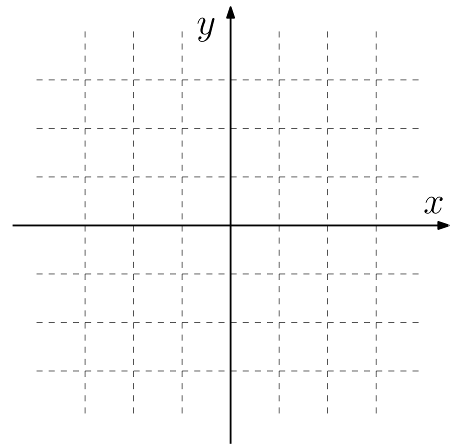
$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$ $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$

Exercice 3 Pour chacune des deux fonctions données, tracer les courbes de niveaux demandées (bien penser à indiquer quelle courbe correspond à quel niveau !) :

$f(x,y) = (x+2)^2 + y^2$: courbes de niveaux $\alpha = 1$ et $\alpha = 4$



$g(x,y) = (x-1)y$: courbes de niveaux $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$



Justification et légende éventuelles :

Exercice 4

question 1 Soit $f(x,y) = x^3 - x^2y + y$. Calculer les dérivées partielles :

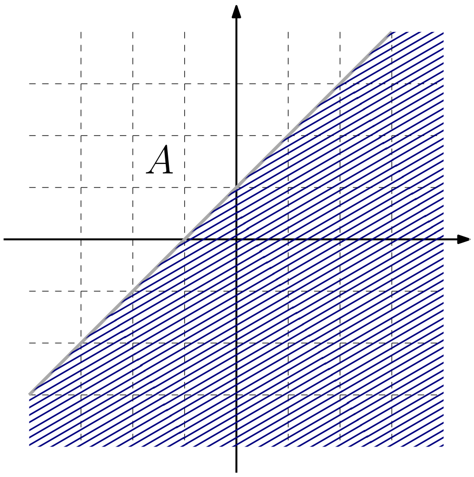
$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) =$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$

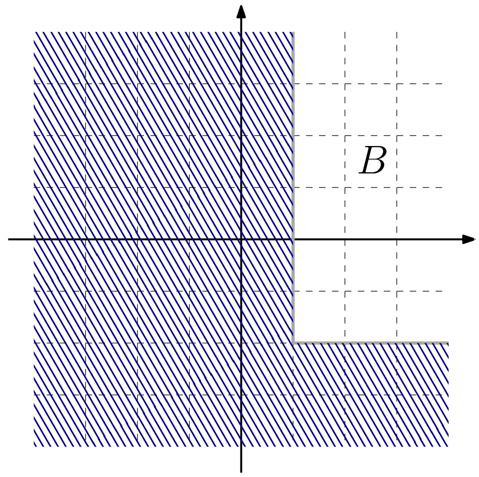
question 2 Déterminer le(s) point(s) stationnaire(s) de f.

Exercice 1

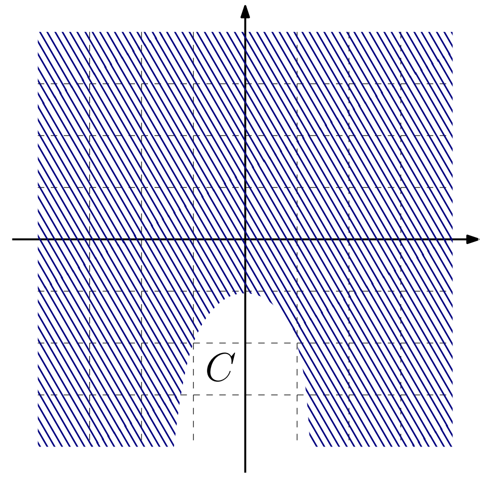
$A = \{(x, y) \text{ tels que } y - x \geq -1\}$



$B = \{(x, y) \text{ tels que } x \geq 1 \text{ et } y \geq -2\}$



$C = \{(x, y) \text{ tels que : } y + x^2 + 1 \leq 0\}$



Exercice 2

question 1 Soit $f(x, y) = 5x + 20y^2$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$:

$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \quad 5$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \; 40y$

question 2 Soit $f(x, y) = \dfrac{x}{y+1}$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$:

$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \quad \dfrac{1}{y+1}$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \; \dfrac{-x}{(y+1)^2}$

question 3 Soit $f(x, y) = (2x + 3y)^2$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$:

$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \quad 4(2x + 3y)$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \; 6(2x + 3y)$

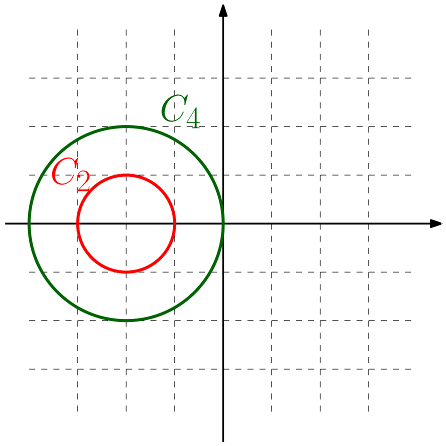
question 4 Soit $f(x, y) = x^5y^2 + 10y^3 + x$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$:

$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \quad 5x^4y^2 + 1$

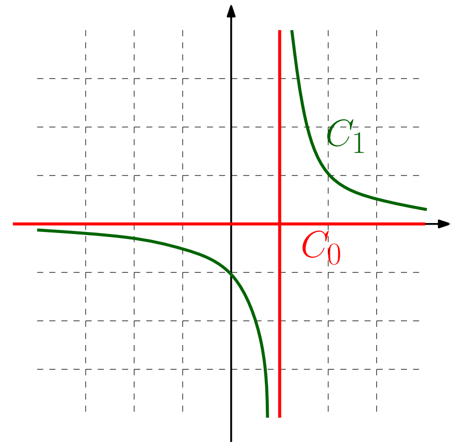
$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \; 2x^5y + 30y^2$

Exercice 3

$f(x,y) = (x+2)^2 + y^2$: courbes de niveaux $\alpha = 1$ et $\alpha = 4$



$g(x,y) = (x-1)y$: courbes de niveaux $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$



Niveaux de f : Pour $\alpha = 1$, ça donne $(x+2)^2 + y^2 = 1 = 1^2$, c'est l'équation du cercle de centre $(-2, 0)$ et de rayon 1. Pour $\alpha = 4$, c'est $(x+2)^2 + y^2 = 4 = 2^2$, c'est l'équation du cercle de centre $(-2, 0)$ et de rayon 2.

Niveaux de g : $g = 0$ quand $x = 1$ ou $y = 0$. Pour le niveau $\alpha = 1$ il faut tracer $y = \frac{1}{x-1}$. C'est la courbe de $y = \frac{1}{x}$ décalée de 1 vers la droite.

Exercice 4

question 1 Soit $f(x,y) = x^3 - x^2y + y$. Calculer les dérivées partielles :

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3x^2 - 2xy$ $\qquad$ $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = -x^2 + 1$

question 2 Déterminer le(s) point(s) stationnaire(s) de f.

On doit résoudre $\begin{cases} -x^2 + 1 = 0 \\ 3x^2 - 2xy = 0 \end{cases}$.

La première équation a bien sûr deux solutions : $x = 1$ ou $x = -1$.

- Si $x = 1$, alors la deuxième équation devient

$$3 - 2y = 0, \qquad \text{soit } y = 3/2.$$

- Si $x = -1$, alors on obtient

$$3 + 2y = 0, \qquad \text{soit } y = -3/2.$$

Il y a donc deux points stationnaires : $(1, 3/2)$ et $(-1, -3/2)$.